

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Начальник  
учебно-методического отдела  
Т.Ф. Артеменко**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Алгебраические поверхности
<b>по направлению:</b>	Математика
<b>профиль подготовки:</b>	Фундаментальная математика Высшая школа современной математики Высшая школа современной математики
<b>курс:</b>	4
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 8 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 84 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 144, всего зач. ед.: 4

Программу составил: М.А. Цфасман, д-р физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании Высшая школа современной математики 02.09.2024

## Аннотация

Специальный курс предназначен для введения в теорию алгебраических поверхностей.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Формирование фундаментальных знаний по теории алгебраических поверхностей; формирование математической культуры, исследовательских навыков и способности применять знания на практике.

#### Задачи дисциплины

- приобретение слушателями знаний в области теории алгебраических поверхностей;
- подготовка слушателей к изучению смежных математических дисциплин;
- приобретение навыков в применении алгебраических методов в других математических дисциплинах.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.1 Определяет приоритеты профессиональной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки
	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

Основные понятия теории алгебраических поверхностей.

уметь:

Уметь разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления.

владеть:

Уметь разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления в области теории алгебраических поверхностей.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Примеры алгебраических поверхностей.	2			7
2	Плюриканонические линейные системы.	2			7
3	Рациональные поверхности.	2			7
4	Линейчатые поверхности (краткое изложение). Рациональные линейчатые поверхности.	2			7
5	Эллиптические кривые: примеры. Вырожденные слои.	2			7
6	Сингулярности дель Вейля и их разрешение.	2			7
7	Кубические поверхности.	4			7
8	Пространственные квартики.	2			7
9	Поверхности Куммера.	2			7
10	Частичная классификация поверхностей.	2			7
11	Поверхности общего типа.	6			7
12	Некоторые неклассические поверхности в положительной характеристике.	2			7
Итого часов		30			84
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		144 час., 4 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 8 (Весенний)

1. Примеры алгебраических поверхностей.

Примеры алгебраических поверхностей.

2. Плюриканонические линейные системы.

Плюриканонические линейные системы.

Размерность Кодаяры.

Числовые инварианты.

### 3. Рациональные поверхности.

Рациональные поверхности.

Примеры бирациональных изоморфизмов.

Преобразования Кремоны.

### 4. Линейчатые поверхности (краткое изложение). Рациональные линейчатые поверхности.

Линейчатые поверхности (краткое изложение).

Рациональные линейчатые поверхности.

### 5. Эллиптические кривые: примеры. Вырожденные слои.

Эллиптические кривые: примеры.

Вырожденные слои.

### 6. Сингулярности дю Валя и их разрешение.

Сингулярности дю Валя и их разрешение.

### 7. Кубические поверхности.

Кубические поверхности в трехмерном проективном пространстве.

Линейные системы кубических кривых, проходящих через шесть заданных точек на проективной плоскости.

27 прямых (доказательство).

Группа Пикара кубической поверхности.

Связь с системой корней  $E_6$  и группой Вейля  $E_6$ .

Другие поверхности дель Пеццо.

### 8. Пространственные квартики.

Пространственные квартики, понятие поверхностей  $K3$ .

Поверхности  $K3$  рода  $g$ .

### 9. Поверхности Куммера.

Поверхности Куммера.

### 10. Частичная классификация поверхностей.

Теоремы о частичной классификации поверхностей (только формулировки).

### 11. Поверхности общего типа.

Поверхности общего типа.

Поверхность Барлоу.

География поверхностей.

Неравенство Богомолова (только формулировка).

Прямая Нетер.

Некоторые поверхности общего типа.

Примеры Хирцебруха поверхностей с  $c_1^2 = 3c_2$ .

Гипотеза Рида.

### 12. Некоторые неклассические поверхности в положительной характеристике.

Некоторые неклассические поверхности в положительной характеристике.

**5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

**6. Перечень рекомендуемой литературы**

Основная литература

1. Основы алгебраической геометрии, [учеб. пособие для вузов] /И. Р. Шафаревич. Москва, МЦНМО, 2018

Дополнительная литература

**7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<https://old.mccme.ru/iwm/courses.php>

<https://library.mccme.ru/>

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных и практических (семинарских) занятиях могут использоваться мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций, а также технологии дистанционной аудиовидеоконференцсвязи.

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Методические указания приводятся в разрабатываемых аудиторных и домашних раздаточных материалах (листочках).

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

**по направлению:** Математика  
**профиль подготовки:** Фундаментальная математика  
Высшая школа современной математики  
Высшая школа современной математики  
**курс:** 4  
**квалификация:** бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 8 (весенний) - Экзамен

**Разработчик:** М.А. Цфасман, д-р физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.1 Определяет приоритеты профессиональной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки
	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Алгебраические поверхности» обучающийся должен:

### знать:

Основные понятия теории алгебраических поверхностей.

### уметь:

Уметь разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления.

### владеть:

Уметь разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления в области теории алгебраических поверхностей.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по материалу предыдущего занятия.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

- 1) Примеры алгебраических поверхностей.
- 2) Плюриканонические линейные системы. Размерность Кодайры, числовые инварианты.
- 3) Рациональные поверхности. Примеры бирациональных изоморфизмов. Преобразования Кремоны.

- 4) Линейчатые поверхности (краткое изложение). Рациональные линейчатые поверхности.
- 5) Эллиптические кривые: примеры. Вырожденные слои.
- 6) Сингулярности дель Валя и их разрешение.
- 7) Кубические поверхности в трехмерном проективном пространстве. Линейные системы кубических кривых, проходящих через шесть заданных точек на проективной плоскости. 27 прямых (доказательство). Группа Пикара кубической поверхности. Связь с системой корней  $E_6$  и группой Вейля  $E_6$ .
- 8) Другие поверхности дель Пеццо.
- 9) Пространственные кватрики, понятие поверхностей КЗ. Поверхности КЗ рода  $g$ .
- 10) Поверхности Куммера.
- 11) Теоремы о частичной классификации поверхностей (только формулировки).
- 12) Поверхности общего типа. Поверхность Барлоу. География поверхностей. Неравенство Богомолова (только формулировка). Прямая Нетер. Некоторые поверхности общего типа. Примеры Хирцебруха поверхностей с  $c_1^2 = 3c_2$ . Гипотеза Рида.
- 13) Некоторые неклассические поверхности в положительной характеристике.

Пример экзаменационного билета:

- 1) Поверхности дель Пеццо.
- 2) Теорема о 27 прямых.

#### Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;



- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется 40 минут на подготовку. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не может продолжаться более двух астрономических часов.

Во время проведения экзамена обучающимся запрещается пользоваться помощью других лиц и мобильными телефонами, разрешается пользоваться программой учебной дисциплины и справочной литературой по выбору экзаменатора.